

La anticipación del cierre de una Thinking Classroom mediante el árbol de gestión

Mariona Areny

mariona.areny@autonoma.cat

INS Lliçà i Universitat Autònoma de Barcelona

Martí Cuquet

mcuquet2@xtec.cat

SG d'Ordenació Curricular, Departament d'Educació i Formació Professional, Generalitat de Catalunya

Josep Joan

jj Joan2@xtec.cat

IE Pla de l'Avellà

Marta Palomo

mpalomo1@xtec.cat

SG de Tecnologia Digital i Recerca Educativa, Departament d'Educació i Formació Professional, Generalitat de Catalunya

Núcleo temático: Evaluación de y para el aprendizaje, Procesos matemáticos.

Modalidad: Comunicación.

Nivel educativo: Educación Secundaria Obligatoria.

RESUMEN

Se analizan los elementos de una sesión que promueven la visibilización del aprendizaje del alumnado durante el cierre de una sesión de resolución de problemas en entorno de *Thinking Classroom*. Se han llevado a cabo dos ciclos de *Lesson Study* en los que se ha diseñado, observado y analizado un problema rico en argumentación en grupos de 1º de la ESO de distintos institutos de Cataluña. Se focaliza en las acciones del docente que acompañan la elaboración de argumentos de los alumnos y preparan el cierre de la sesión. Para ello, se utilizan dos instrumentos que anticipan las dificultades de los alumnos en la construcción de argumentos progresivamente más complejos y las distintas etapas por las que pasan con el fin de visibilizarlas durante el cierre. Los resultados evidencian la

importancia de la anticipación sistemática del cierre para planificar intervenciones docentes que favorezcan la visibilización e institucionalización del aprendizaje.

Palabras clave: Lesson Study, Thinking Classrooms, institucionalización, cierre de la sesión, árbol de gestión.

1. Introducción

El planteamiento de *Thinking Classrooms* propuesto por Liljedahl (2020) ha transformado la manera en que muchos docentes conciben la enseñanza de las matemáticas, especialmente en contextos donde se busca fomentar el pensamiento autónomo, la argumentación y la colaboración entre iguales (Areny, Cuquet, Palomo y Santmiquel, 2025; Morales y Úbeda, 2023; Sambade, 2025). Su incorporación práctica en los centros educativos ha generado diversos retos, entre ellos la definición de procesos de evaluación coherentes con esta manera de trabajar (Morales y Ubeda, 2025) y la construcción de una línea de centro cohesionada a través de este enfoque (Larrea, Sallés y Santmiquel, 2026, en revisión).

Durante el curso 2025–2026, once profesores de matemáticas de distintos centros constituimos el grupo REM (*Reflexió en Educació Matemàtica*) en el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Barcelona (ICE-UAB) con el propósito de investigar conjuntamente aspectos de nuestra práctica docente. Una preocupación compartida era la calidad del cierre de las sesiones implementando *Thinking Classrooms*, un momento que, aunque breve, resulta decisivo para visibilizar el aprendizaje, conectar estrategias y consolidar ideas matemáticas. Aunque Liljedahl (2020) ofrece orientaciones generales sobre cómo gestionar este momento, observamos que en nuestras aulas el cierre no siempre lograba institucionalizar los aprendizajes emergentes ni dar voz a la diversidad de estrategias del alumnado. Por ello, nos planteamos como pregunta de investigación qué elementos de nuestra intervención docente favorecen un cierre de sesión en el que se visibilicen los aprendizajes matemáticos del alumnado.

Para profundizar en este aspecto, desarrollamos dos ciclos completos de *Lesson Study* (Lewis, 2000; Murata et al., 2004), un modelo de desarrollo docente que permite también incorporar la investigación acción cooperativa a través de la reflexión y reconstrucción del conocimiento práctico docente a partir de experiencias reales en el aula, analizando cómo aprende el alumnado y cómo las decisiones docentes influyen en ese aprendizaje. Para el estudio se seleccionó un problema de patrones visuales que permitía analizar la argumentación del alumnado, las representaciones usadas y las conexiones que se establecían. El análisis del cierre se convirtió en el eje central de nuestro estudio, aunque también se abordaron el análisis de las conexiones matemáticas como herramienta para consolidar el aprendizaje de los alumnos (Saló, Alfonso, Ribot y Badillo, 2026, en revisión) y el uso del enfoque *Thinking Classroom* dentro de la línea de centro (Larrea, Sallés y Santmiquel, 2026, en revisión). En este trabajo analizamos cómo la anticipación de la intervención docente, materializada en instrumentos como el árbol de gestión del problema y desarrollada de forma iterativa mediante el *Lesson Study*, influye en la calidad del cierre de la sesión.

2. Marco de referencia

2.1 Aulas para pensar

El enfoque de Aulas para pensar o *Thinking Classrooms* (Liljedahl, 2020) promueve el pensamiento matemático activo mediante prácticas como el trabajo en pizarras verticales, los grupos aleatorios y la resolución de problemas no rutinarios, fomentando la autonomía y la colaboración del alumnado.

Dentro de este marco, el cierre de la sesión ocupa un lugar relevante, como momento de institucionalización en el que el docente selecciona, conecta y hace explícitas las ideas matemáticas que han emergido durante la resolución del problema. Liljedahl plantea, en vez de *nivelar hacia arriba* (Schoenfeld, 2014), la posibilidad de *nivelar hacia abajo*, que implica consolidar siguiendo el mismo itinerario de tareas gradualmente más desafiantes. Esta consolidación puede darse

a través de distintas estrategias para facilitar un cierre que ayude al alumnado a construir una idea conceptual cohesionada de los aprendizajes de la sesión: remarcar durante la sesión aspectos clave en las pizarras que visibilicen el pensamiento de los alumnos; usar pistas para conseguir situar en las pizarras aquellas ideas clave que aún no han aparecido, para que se puedan rescatar durante el cierre; preparar la secuencia en que se visitarán las pizarras en el cierre; mantener al alumnado de pie y caminando; dedicar más tiempo a las ideas fundamentales al inicio del cierre; y no dejar que los alumnos presenten su propio trabajo, sino que sean sus compañeros quien lo haga.

2.2 Estudio de Clases

El Estudio de Clases o *Lesson Study* es un modelo de desarrollo profesional docente originado en Japón y ampliamente documentado en la literatura internacional (Capone et al., 2024; Lewis, 2000; Murata et al., 2004). Se basa en el diseño, la implementación, la observación y el análisis colaborativo de una misma sesión, con el objetivo de comprender cómo aprende el alumnado y cómo las decisiones docentes influyen en ese aprendizaje.

Es un modelo que permite incorporar prácticas de investigación acción cooperativa a través de la reflexión y reconstrucción del conocimiento práctico docente basado en experiencias reales en el aula (Soto, 2022). En este estudio, el *Lesson Study* se utilizó como marco metodológico para diseñar y analizar el cierre de la sesión, permitiendo revisar de manera iterativa los instrumentos de anticipación y profundizar en la comprensión de qué elementos de la intervención docente favorecen la visibilización del aprendizaje matemático del alumnado.

2.3 El árbol de gestión y la anticipación de argumentaciones

La anticipación de dificultades es un elemento central tanto en *Thinking Classroom* como en *Lesson Study*, y en general en cualquier planificación de la acción docente.

El árbol de gestión o del problema (Morera et al., 2012) es una herramienta metodológica que actúa como una guía para la acción docente, representando visualmente el potencial matemático de una actividad antes de llevarla al aula. A través del árbol se anticipan las posibles estrategias y resoluciones del alumnado, así como errores que pueden surgir, lo que facilita la preparación de intervenciones docentes más eficaces. Se trata de un instrumento dinámico y cíclico, que es revisado y actualizado tras cada implementación en clase.

3. Metodología

3.1 Participantes

El estudio se desarrolló a lo largo de dos ciclos de *Lesson Study* realizados por los 11 miembros del grupo de trabajo REM (Reflexió en Educació Matemàtica), con el objetivo de analizar cómo favorecer un cierre de sesión que visibilizara el aprendizaje matemático del alumnado durante la resolución de un problema en un entorno *Thinking Classroom*.

En el primer ciclo, la sesión se implementó en tres grupos de 1º de ESO de un mismo Instituto A. Dos de las sesiones contaron con un observador y la tercera con cinco observadores. Esta última se grabó en audio y vídeo. Tras las implementaciones, el grupo REM llevó a cabo una discusión conjunta para analizar el desarrollo de la sesión y revisar los instrumentos de anticipación.

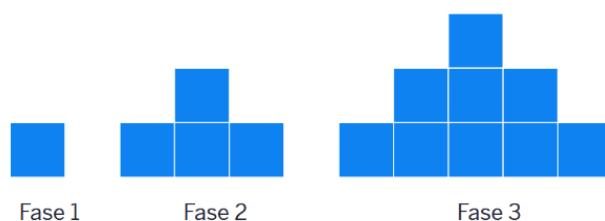
A partir de este análisis, se rediseñó el árbol de gestión del problema y se ajustaron algunos elementos de la tarea. El segundo ciclo se implementó en dos institutos adicionales (Institutos B y C), cada uno con un grupo de 1º de ESO. En ambos casos se contó con observadores y grabación audiovisual. Las discusiones posteriores, nuevamente con la participación de los 11 miembros del grupo, permitieron elaborar la versión final del árbol de gestión. Todas las recogidas de datos se realizaron con el consentimiento informado de los centros educativos y de las familias.

La observación colaborativa y la discusión posterior responden a la estructura propia del *Lesson Study* (Lewis, 2000; Murata et al., 2004), en la que la recogida sistemática de evidencias permite revisar y mejorar los instrumentos de anticipación y la calidad del cierre.

3.2 El problema

La sesión se diseñó a partir de la actividad *Up and Down the Stairs* (Nrich, s.f.), un problema de patrones visuales que permite trabajar la construcción de argumentos, la generalización y la comparación de estrategias. La tarea se adaptó al contexto de 1º de ESO (ver Figura 1) y se diseñó una secuencia de preguntas que seguían las etapas habituales en la resolución de problemas de generalización de patrones: 1) coordinación espacial y numérica, 2) relación funcional, y 3) reversión del proceso (Zapatera, 2018).

Problema «Escaleras arriba y abajo». Tenemos estas escaleras.



- a) ¿Cuántos cuadrados se necesitan para construir la figura de la fase 4? ¿Y la de la fase 5? ¿Y la de la fase 10?
- b) ¿Cuántos cuadrados se necesitan para la figura de la fase 47?
- c) ¿Cómo encontraréis cuántos cuadrados son necesarios para cualquier fase?
- d) Si tenemos 144 cuadrados, ¿qué figura podemos construir?
- e) ¿Hay alguna fase con 398 piezas? ¿Por qué?

Figura 1. Problema «Escaleras arriba y abajo».

La sesión se estructuró en tres momentos, siguiendo el enfoque *Thinking Classroom*: presentación del reto (5 minutos), trabajo en grupos aleatorios en pizarras verticales (30 minutos) y cierre de la sesión (20 minutos). Durante la fase de resolución, el docente observó las producciones del alumnado y realizó intervenciones puntuales con el fin de favorecer la aparición de representaciones y estrategias relevantes para el cierre. Para analizar el desarrollo de la sesión y, en particular, la calidad del cierre, los docentes observadores contaban con una pauta de observación estructurada elaborada para guiar su mirada hacia los elementos clave definidos en los instrumentos de anticipación.

El análisis detallado de estas producciones y de su uso en el cierre se presenta en la sección de Resultados.

3.3 Anticipación de argumentaciones parciales

Con el fin de preparar un cierre de sesión que permitiera visibilizar el aprendizaje matemático del alumnado e institucionalizar los conceptos clave de la sesión, se diseñaron dos instrumentos complementarios de anticipación que guiaron la intervención docente.

El primero fue un árbol de gestión del problema (Figura 2), elaborado a partir del análisis previo de la tarea y de las posibles estrategias del alumnado. En este árbol se identificaron dificultades, errores frecuentes y tipos de razonamiento esperables, junto con posibles preguntas e intervenciones docentes asociadas a cada situación.

El segundo instrumento fue una tabla de anticipación de argumentaciones (Tabla 1), organizada según las etapas habituales en la resolución de problemas de generalización de patrones. En ella se recogieron las posibles representaciones, estrategias y soluciones parciales que el alumnado podía desarrollar en los diferentes apartados del problema, así como aquellas consideradas especialmente

útiles para reconstruir el itinerario matemático durante el cierre y establecer conexiones entre ellas.

Tabla 1

Anticipación de argumentaciones

Apartado	Código	Argumentación o representación
a	a.1	Construcción de F4, F5...
	a.2	Patrón con el término anterior (mediante cálculo)
	a.3	Patrón con el término anterior (mediante tabla)
	a.4	Patrón con el término general (mediante cálculo)
	a.5	Patrón con el término general (mediante tabla)
b	b.1	Patrón con el término general (mediante cálculo)
	b.2	Patrón con el término general (mediante tabla)
	b.3	Patrón con el término general (mediante colocación)
c	c.1	Ejemplo para distintas fases
	c.2	Representación algebraica
d, e	d.1	Ejemplo para distintas fases
	d.2	Representación de la operación inversa (raíz)

Ambos instrumentos se revisaron y ajustaron tras el análisis de las implementaciones del primer ciclo, incorporando nuevas anticipaciones y reorganizando la secuencia de representaciones para el segundo ciclo. El impacto de este refinamiento en la preparación y desarrollo del cierre se analiza en la sección de Resultados

3.4 Procedimiento de análisis

El análisis de los datos recogidos se realizó en dos niveles complementarios. En primer lugar, se llevó a cabo un análisis de cada sesión, centrado en cada una de las implementaciones. Para ello, se triangularon las anotaciones de los observadores, las grabaciones de vídeo y los instrumentos de anticipación. Este

análisis permitió identificar qué representaciones y estrategias habían emergido, qué intervenciones docentes habían sido necesarias; y cómo se había desarrollado el cierre en relación con los elementos previstos.

En segundo lugar, se compararon las implementaciones de los ciclos entre sí. Este análisis se llevó a cabo en reuniones de discusión del grupo, en las que se contrastaron interpretaciones, se revisaron las decisiones docentes y se evaluó la adecuación de los instrumentos de anticipación. Las discusiones se organizaron alrededor de tres ejes: la coherencia entre las producciones del alumnado y los objetos matemáticos previstos; la calidad del cierre en términos de visibilización del aprendizaje; y la pertinencia de las intervenciones docentes durante la actividad.

4. Resultados

Se presentan los principales resultados del estudio, centrados en la evolución de los instrumentos de anticipación y en el análisis del desarrollo del cierre. El análisis de las producciones de los estudiantes no es objeto de esta comunicación, y se discute en Alfonso, Saló, Ribot y Badillo (2026, en revisión).

4.1 Evolución de los instrumentos de anticipación

El análisis de las implementaciones del primer ciclo puso de manifiesto la necesidad de revisar y refinar los instrumentos de anticipación utilizados, en particular el árbol de gestión. Aunque la versión inicial (Figura 2) permitía prever posibles bloqueos del alumnado y orientar la intervención docente durante la actividad, el contraste con las evidencias recogidas en el aula mostró que algunas dificultades no estaban suficientemente caracterizadas y que determinadas preguntas no resultaban eficaces para promover avances significativos en la argumentación.

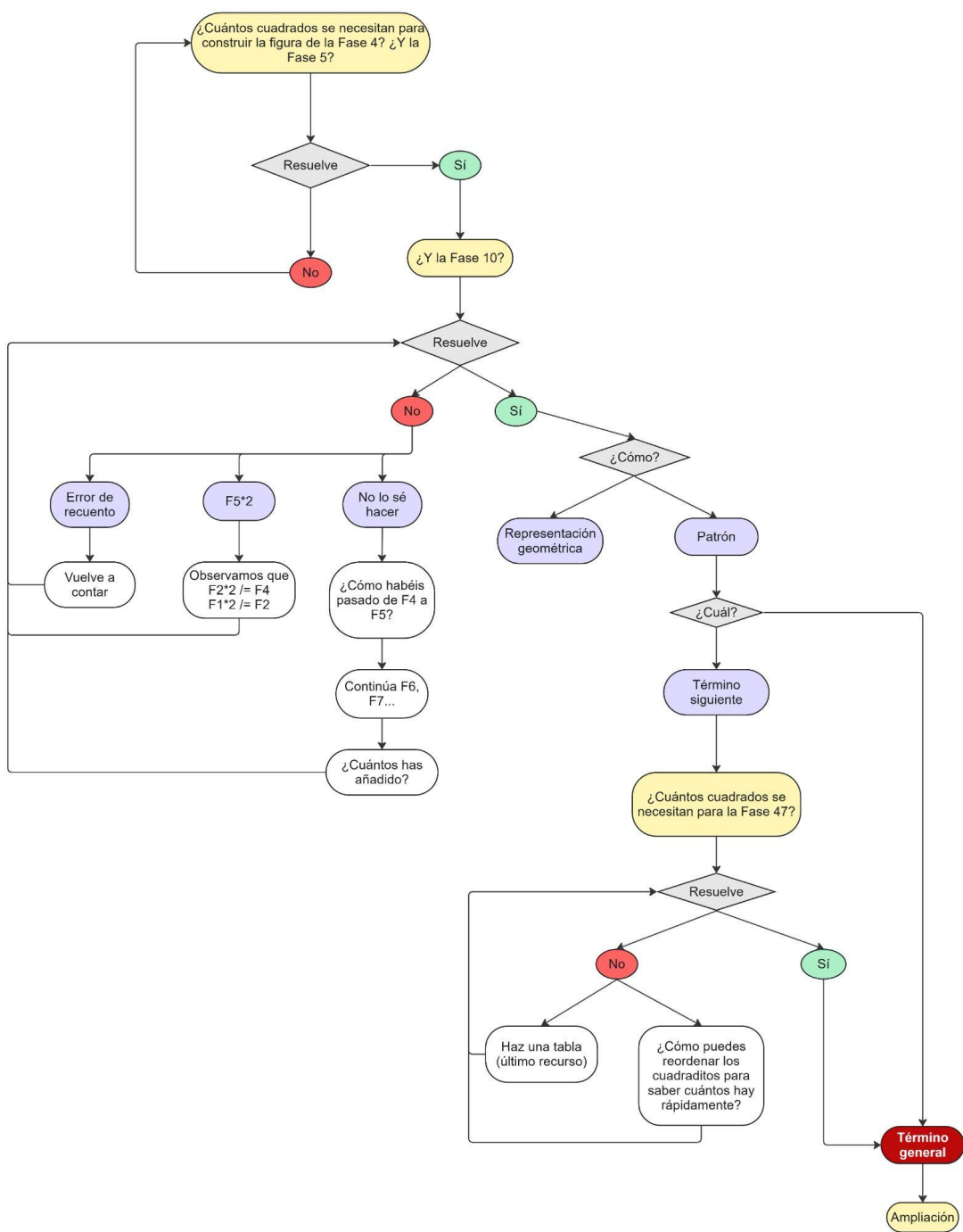


Figura 2. Versión inicial del árbol de gestión, antes de la primera implementación.

Como resultado de este análisis colectivo, el árbol fue progresivamente modificado entre ciclos. Este refinamiento permitió utilizar el árbol no solo como guía para la

acción docente durante la actividad, sino como un instrumento clave para anticipar y preparar el cierre de la sesión.

4.2 Análisis del desarrollo del cierre

El análisis de los cierres de sesión muestra que la gestión de este momento está estrechamente vinculada al uso de los instrumentos de anticipación. En todos los casos, el cierre se desarrolló como un recorrido guiado por distintas pizarras, seleccionadas por el docente durante la actividad con el objetivo de reconstruir colectivamente el itinerario matemático del problema. En cada instituto, el cierre de la sesión se realizó a partir de las producciones de las pizarras, que fueron seleccionadas y secuenciadas previamente por el docente.

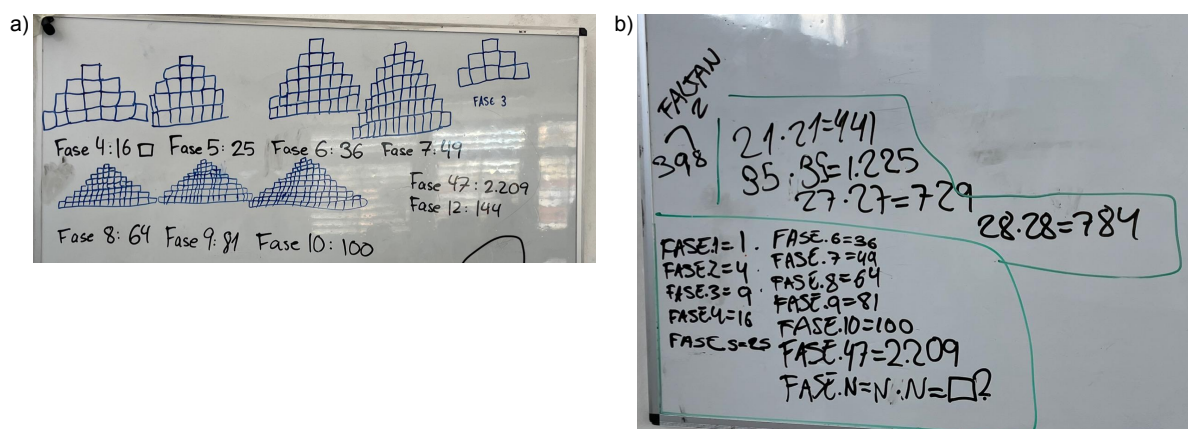


Figura 3. Muestra de pizarras usadas durante el cierre en el Instituto A.

En el Instituto A, a lo largo del cierre el alumnado interpretó producciones ajenas y verbalizó los razonamientos observados, mientras que el docente reformulaba y hacía explícitas las ideas matemáticas que emergían.

El cierre se inició con el análisis de una primera pizarra (Figura 3.a), en la que se abordó la construcción de las fases F4 y F5 a partir de casos anteriores (código a.1). A continuación, se pasó a una segunda pizarra previamente enmarcada por el docente, correspondiente al cálculo de cada fase a partir del término anterior (código a.2). En este momento se puso de relieve que no era necesario dibujar todas las figuras, y el alumnado interpretó cada cambio de fase en términos del número de

cuadrados añadidos en la fila inferior. En esta pizarra aparecía también el patrón de la regularidad numérica mediante tabla (código a.5), aunque no se usó durante el cierre.

En una tercera pizarra, el recorrido avanzó hacia la formulación del término general (código b.1). Este momento se utilizó para plantear la predicción de fases no representadas en las pizarras (código c.1), lo que permitió comprobar la comprensión del alumnado sobre la regularidad identificada. Finalmente, en la última pizarra (Figura 3.b) se abordó el proceso inverso (código d.2), respondiendo a la pregunta sobre qué fase podía construirse con 684 piezas. En este tramo final del cierre se explicitó el término general como el cuadrado del número de la fase (hasta ese momento expresado por los alumnos como «el número de la fase multiplicado por sí mismo») y se introdujo la raíz cuadrada como operación inversa.

En el segundo ciclo, se llevaron a cabo dos implementaciones más en los institutos B y C. En ambos casos se hicieron análisis análogos de cada cierre y las pizarras utilizadas durante éstos.

5. Discusión

Los resultados muestran que la calidad del cierre de una sesión en un entorno de *Thinking Classroom* no depende únicamente de lo que emerge espontáneamente durante la actividad, sino en gran medida de la anticipación que el docente realiza antes y durante la sesión. En este estudio, el uso del árbol de gestión como instrumento de anticipación permitió al profesorado pasar de una actuación reactiva a una intervención intencional, orientada a provocar y hacer visibles los aprendizajes matemáticos clave en el momento del cierre.

La evolución de los instrumentos pone de manifiesto que anticipar dificultades no consiste solo en prever errores, sino en identificar los procesos matemáticos implicados en las distintas estrategias del alumnado. El refinamiento del árbol permitió describir con mayor precisión los razonamientos esperables y, en consecuencia, diseñar preguntas tanto para desbloquear la actividad como para

preparar representaciones relevantes para su posterior institucionalización. Este resultado dialoga con la idea de que el cierre comienza a construirse desde el inicio de la actividad y no como un momento aislado al final de la sesión.

Asimismo, el análisis de los cierres muestra que el rol del docente resulta clave para articular conexiones entre estrategias diversas y para promover una lectura matemática compartida de las producciones del alumnado. Lejos de limitarse a validar respuestas correctas, el cierre se convierte en un espacio de interpretación, comparación y formalización progresiva, en el que emergen objetos matemáticos como la generalización funcional, el término general o la reversión del proceso. En este sentido, los resultados refuerzan la importancia de diseñar cierres que no «nivelen hacia arriba» a partir de una única estrategia experta, sino que reconstruyan el itinerario matemático a partir de las producciones reales del alumnado, dedicando buena parte del tiempo a consolidar las ideas clave.

6. Conclusiones

Este estudio pone de manifiesto que el cierre de una sesión en un entorno de *Thinking Classroom* puede fortalecerse significativamente cuando es anticipado de manera sistemática desde la planificación de la actividad. El uso del árbol de gestión como instrumento de anticipación permitió al profesorado identificar con mayor precisión las dificultades y los razonamientos del alumnado, y preparar intervenciones no solo orientadas a hacer avanzar la resolución del problema, sino también a provocar, seleccionar y conectar estrategias, conceptos, representaciones y producciones relevantes para el cierre.

Los resultados muestran que un cierre pensado previamente e implementado de forma intencional, construido a partir del pensamiento del alumnado, favorece tanto la visibilización como la institucionalización de los aprendizajes matemáticos. En particular, se evidenció que el cierre resulta especialmente potente cuando el docente interpreta las estrategias del alumnado, promueve su comparación y

establece conexiones entre razonamientos y representaciones informales y formas más formales de expresión matemática.

Asimismo, la estructura iterativa del *Lesson Study* permitió refinar progresivamente el diseño de la sesión y de los instrumentos asociados, conduciendo a la elaboración de una versión final del árbol de gestión y a una comprensión más profunda de qué elementos de la intervención docente favorecen un cierre que visibiliza el aprendizaje matemático del alumnado.

Su desarrollo iterativo a través del *Lesson Study* permite a su vez un trabajo colaborativo de reflexión e investigación compartida que apunta, además, a los primeros pasos en la construcción de una comunidad profesional de práctica, que, más allá de esta actividad concreta, reflexione colectivamente sobre su actuación en las aulas.

Agradecimientos

Los autores, miembros del grupo REM, desean expresar que este trabajo es el resultado de un esfuerzo colectivo y de la colaboración entre todos los integrantes del grupo. Asimismo, agradecen al Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB) por haber brindado la oportunidad y el espacio necesarios para la creación y consolidación del grupo REM, favoreciendo un entorno de trabajo colaborativo y de crecimiento profesional.

Referencias

Alfonso, J., Badillo, E., Ribot-Llobet, E., y Saló, M. (2026). Conexiones matemáticas en la resolución de problemas: análisis de producciones del alumnado. *XXII Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*.

Areny, M., Cuquet, M., Palomo, M., y Santmiquel, R. (2025, julio 8). *L'estudi de classes al laboratori de matemàtiques com a model d'autoformació*. Actes del Congrés Català d'Educació Matemàtica 2025.
<https://c2em.feemcat.org/actes-del-congres-2025/>

Capone, R., Adesso, M. G., Manolino, C., Minisola, R., y Robutti, O. (2024). Culturally crafted Lesson Study to improve teachers' professional development in mathematics: A case study in Italian secondary school. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27(4), 607-636. <https://doi.org/10.1007/s10857-023-09578-3>

Larrea, D., Sallés, R., Santmiquel, R. (2026). Thinking Classroom, diseño y experiencia de centro. *XXII Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*.

Lewis, C. (2000). *Lesson Study: The Core of Japanese Professional Development*. <https://eric.ed.gov/?id=ED444972>

Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin Press.

Morales, G., y Úbeda, J. I. (2023). Implementando Thinking Classrooms en Educación Secundaria. *Entorno Abierto, Boletín de la SAPM*, 51.

Morales, G., y Ubeda, J. I. (2025). La evaluación en aulas para pensar: La estrella de la corona. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (109), 33-44.

Morera, L., Chico, J., Badillo, E., y Planas, N. (2012). *Problemas ricos en argumentación para secundaria: Reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor*.

Murata, A., Lewis, C., y Perry, R. (2004). *Teacher learning and lesson study: Developing efficacy through experiencing student learning*. 985-992.

Sambade, S. (2025). Aulas para pensar en matemáticas: Unha experiencia de innovación no bacharelato. *Eduga: revista galega do ensino*, 90. <https://www.edu.xunta.gal/eduga/2950/proxecciones/aulas-para-pensar-matematicas-unha-experiencia-innovacion-no-bacharelato>

Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical Problem Solving*. Elsevier.

Schoenfeld, A. H. y TRU Project. (2016). *An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework*. Graduate School of Education. (<https://www.map.mathshell.org/trumath.php>).

Soto, E. (2022). Lesson Study: Teorizar la práctica y experimentar la teoría como bucle infinito. En *Lesson study: Aprender a enseñar para enseñar a aprender, 2022*, ISBN 978-84-18381-80-5, págs. 113-138 (p. 113-138). Morata. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9884107>

Zapatera, A. (2018). Cómo alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 21(1), 87-114. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2114>